

9.5.3 Optimale Zustandsregelung

Eine andere Möglichkeit des Reglerentwurfs im Zustandsraum ist die optimale Zustandsregelung. Dabei wird als Ziel angestrebt, das Regelkreisverhalten im Sinne eines Gütekriteriums zu optimieren.

Ausgegangen wird von der Zustandsraumbeschreibung

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{u}\end{aligned}\tag{9.81}$$

eines linearen zeitinvarianten dynamischen Systems mit mehreren Eingangs- und Ausgangsgrößen und der Anfangsbedingung $\mathbf{x}(t = 0) = \mathbf{x}_0$.

Alle Zustände seien messbar und können deshalb mit einer vollständigen Zustandsrückführung auf die Eingänge \mathbf{u} zurückgeführt werden.

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K} \cdot \mathbf{x}\tag{9.82}$$

Ziel der Regelung ist es, die Systemzustände in geeigneter Weise auf den Eingang zurückzuführen, sodass ein selbstgewähltes positives Gütemaß minimiert wird. Für die Reglerauslegung geht man davon aus, dass der Regler in der Lage sein soll, das System aus jedem beliebigen Anfangszustand \mathbf{x}_0 in den Nullzustand (alle $x_i = 0$) zurückzuführen. Je schneller und mit je weniger Stellenergie dieses Ziel erreicht werden kann, desto besser ist die Regelung. Deshalb wird als Gütemaß, häufig auch Kostenfunktion genannt, meistens ein Zeitintegral der quadrierten Verläufe der Zustandsgrößen \mathbf{x} und der Eingangsgrößen \mathbf{u} verwendet.

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{u}) dt\tag{9.83}$$

Die allgemeine Form der skalaren Kostenfunktion J enthält die symmetrischen Gewichtungsmatrizen \mathbf{Q} und \mathbf{R} . Diese Gewichtungsmatrizen \mathbf{Q} und \mathbf{R} müssen so gewählt werden, dass beide Terme immer positiv werden, damit auch die Kosten positiv bleiben. Solche Matrizen, für die der quadratische Term mit jedem beliebigen Vektor \mathbf{x} immer positiv ist, z. B. $\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x}$, heißen positiv definit. Häufig sind \mathbf{Q} und \mathbf{R} nur auf der Hauptdiagonalen mit positiven Werten besetzt, sodass lediglich die